

ERGODICIDAD (ERGODICITY) Y SU RELEVANCIA EN EL ANÁLISIS DE INVERSIONES

En este artículo cubrimos el concepto de Ergodicidad – una propiedad matemática comúnmente empleada como supuesto en modelos de macroeconomía y economía conductual - y su aplicación en el proceso de toma de decisiones de inversión.

Por Francisco Barañaño, CFA.

Hace algún tiempo se publicó en Bloomberg una columna titulada “Everything We’ve Learned About Modern Economic Theory Is Wrong”. El texto está probablemente motivado por un paper ¹ muy comentado publicado en Nature Physics en diciembre de 2019 por Ole Peters, un físico del London Mathematical Laboratory que sostiene que muchos modelos económicos están equivocados porque aplican incorrectamente técnicas matemáticas.

Su punto es que los modelos económicos asumen, muchas veces equivocadamente, “ergodicidad”. Un sistema es ergódico si su valor esperado es igual a su promedio a largo plazo. La principal ventaja de estos modelos es que las matemáticas utilizadas al interpretarlos son más sencillas.

Las ideas suenan disruptivas, y Ole se ha ganado seguidores como el controversial Nassim Nicholas Taleb y Michael Mauboussin, y como no puede ser de otra forma en estos tiempos, ya tiene también su TED talk y su canal en youtube².

Aplicación de Ergodicidad en el proceso de inversión

Un primer análisis simple sirve para entender que efectivamente al momento de tomar decisiones de inversión es importante distinguir si el valor esperado de una estrategia de inversión es igual a su promedio a largo plazo.

Matemáticamente, la rentabilidad esperada en un período es la suma ponderada de los distintos

escenarios de rentabilidad multiplicados por sus probabilidades, mientras que la rentabilidad a largo plazo es la multiplicación en el tiempo de las rentabilidades de cada período.

Así, los resultados de calcular la rentabilidad como el valor esperado de ejecutar una estrategia de inversión muchas veces (promedio aritmético) es en general distinto, y superior, a la rentabilidad de seguir la misma estrategia una vez tras otra (promedio geométrico).

Un caso muy claro es la constatación de que si en un período un activo aumenta su valor en 10% y luego en el período siguiente baja un 10%, la rentabilidad promedio es 0%, pero la rentabilidad real en los dos períodos es -1%. El sistema no es ergódico.

Por lo mismo, cualquier estrategia de inversión que incluya algún escenario, por muy poco probable que sea, en que se pierda todo el capital, a muy largo plazo va a tener efectivamente rentabilidad cero, porque en algún momento ese escenario se va a dar.

La Tabla 1 en la siguiente página muestra un ejercicio simple de cálculo de rentabilidades de tres portafolios, cada uno con sus escenarios de rentabilidad y sus respectivas probabilidades.

El valor esperado del retorno en un año corresponde simplemente a la suma de las rentabilidades, ponderadas por sus probabilidades.

¹ Peters, O. The ergodicity problem in economics. Nat. Phys. 15, 1216–1221 (2019). <https://doi.org/10.1038/s41567-019-0732-0>

² <https://www.youtube.com/watch?v=YiivnaT9V28>

Portafolio	Escenarios de rentabilidad		Probabilidades		Valor esperado del retorno en un año	Valor esperado del retorno a largo plazo ³	Diferencia
A	5%	-5%	50%	50%	0,0%	-0,1%	-0,1%
B	12%	-10%	50%	50%	1,0%	0,4%	-0,6%
C	50%	-40%	50%	50%	5,0%	-5,1%	-10,1%

Tabla 1 – Escenarios de rentabilidad y retornos esperados de corto – largo plazo.

Fuente: Elaboración propia

El valor esperado a largo plazo es el valor de repetir la estrategia de inversión todos los años, por mucho tiempo, lo que se puede calcular analíticamente o simular con el método de Montecarlo⁴. En todos los casos, el retorno esperado a largo plazo es menor al retorno esperado en el año porque el promedio geométrico es menor al aritmético. Esa diferencia es más relevante en la medida que los escenarios de rentabilidad son más extremos.

Una primera conclusión es entonces que se debe poner atención al momento de calcular la rentabilidad esperada de una inversión y decidir si se utiliza el promedio aritmético, o el geométrico, especialmente cuando el rango de los escenarios de rentabilidad es significativo. Es muy distinto tomar una decisión por una vez, que repetirla en el tiempo. Sin duda que la mejor practica que deben considerar asesores de inversión es dar dar full disclosure de los criterios utilizados a la hora de presentar posibles escenarios futuros de mercado.

Interpretación de los resultados

Una pregunta interesante que surge de la Tabla 1 es la siguiente: ¿conviene o no invertir en el portafolio C? Por un lado, el valor esperado de la inversión en el primer año es positiva. Por otro, sabemos que a largo plazo su rentabilidad es negativa. Pero entonces, ¿qué sentido tiene que una estrategia de inversión sea atractiva sólo por un período? Si la estrategia es buena (o mala), debiera serlo para el primer período y para todos los siguientes.

Como suele suceder, la respuesta correcta depende de la pregunta exacta que se quiera responder:

- Si cada año voy a destinar una cantidad fija a invertir en el portafolio C, entonces mi rentabilidad esperada es del 5% en cada año. Como el mismo ejercicio se repite todos los años, la rentabilidad a largo plazo es también de 5%.
- Si el primer año voy a asignar cierta cantidad al portafolio C, y desde ese momento la voy a mantener reinvertida (con sus ganancias y pérdidas) en el mismo portafolio, entonces la rentabilidad esperada es la multiplicación de las rentabilidades y su valor a largo plazo es de -5,1%.

Eso nos lleva a hacernos la siguiente pregunta: ¿cuál es entonces la estrategia óptima para decidir qué fracción del portafolio invertir en una apuesta con probabilidades y rentabilidades conocidas? La solución tiene una respuesta matemática exacta, que viene dada por el llamado “criterio de Kelly”⁵:

$$f^* = \frac{p}{a} - \frac{q}{b}$$

Donde:

- f^* es la fracción del capital a apostar
- p es la probabilidad de ganar
- q es la probabilidad de perder, igual a $1 - p$
- a es la pérdida en caso de perder la apuesta
- b es la utilidad en caso de ganar la apuesta

Por ejemplo, si una inversión tiene una probabilidad de ganar es 60% con una utilidad del 20%, mientras que en el caso contrario la pérdida es del 25%, la

³ La fórmula analítica del valor esperado del retorno a largo plazo es $e^{\sum_{i=1}^n \ln(r_i+1)p_i} - 1$.

⁴ https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Montecarlo

⁵ Fuente: Wikipedia. Hay otras formas de presentar la fórmula.

asignación óptima a esta inversión, como porcentaje del portafolio, es de:

$$60\%/25\% - 40\%/20\% = 40\%$$

El seguimiento de esta estrategia garantiza la maximización de la rentabilidad de la inversión en el largo plazo.

Entonces... ¿Todo lo que hemos aprendido de teoría económica está errado?

Hasta ahora, nada de esto debiera ser sorprendente para un profesional de las inversiones. Pero la crítica de Ole Peters es más profunda. Afirma que la teoría de la utilidad esperada es incorrecta.

En palabras simples, dicha teoría sostiene que los seres humanos analizan la probabilidad de los distintos resultados, la utilidad que ganarían en cada uno, y toman decisiones para maximizar la ganancia esperada, que en el largo plazo correspondería también a la ganancia promedio.

Peters afirma que la simplificación de asumir que los sistemas son ergódicos cuando no lo son, lleva a conclusiones equivocadas.

Recientemente, investigadores liderados por Oliver Hulme, de la Universidad de Copenhagen, realizaron experimentos ⁶ para apoyarían la idea de que en realidad la “aversión a las pérdidas” se explicaría no por una función “psicológica” en función de resultados económicos, sino porque los individuos son capaces de percibir que el retorno a largo plazo es menor al valor esperado en un solo período.

En otras palabras: la reticencia a aceptar apuestas con valor esperado positivo se explicaría porque los seres humanos tomamos decisiones en base a promedios geométricos donde las ganancias de un período afectan a las ganancias futuras (sistema no ergódico), mientras que los experimentos tradicionales de finanzas del comportamiento se plantean como una

sucesión de apuestas en las que cada vez se gana o se pierde una cantidad fija (sistema ergódico).

Por supuesto, ha habido críticas a las conclusiones de Peters. En diciembre de 2020 Jason N. Doctor, Peter P. Wakker y Tong V. Wang publicaron en la misma revista una respuesta⁷ al paper original de Peters en donde básicamente afirman que Peters está desacreditando la economía al ver un problema que en realidad no existe. Sostienen que no siempre el tiempo es tan importante en las decisiones económicas, y que si bien efectivamente es cierto que las conclusiones de los modelos estáticos (de un período) son distintas a las de los modelos dinámicos (de múltiples períodos), eso no constituye ninguna novedad, y que las hipótesis de crecimiento pueden ser aditivas o multiplicativas según sea el caso.

Como conclusión, el concepto de Ergodicidad es importante y debiera ser entendido por cualquier profesional que se desenvuelva en áreas como economía, finanzas, inversiones y teoría de decisiones en general. Pero eso no significa que sea necesario reescribir toda la teoría económica. Podemos dormir tranquilos.

⁶ Meder D, Rabe F, Morville T, Madsen KH, Koudahl MT, Dolan RJ, Siebner HR, Hulme OJ. (Pre-print) Ergodicity-breaking reveals time optimal economic behavior in humans

⁷ Doctor, J.N., Wakker, P.P. & Wang, T.V. Economists' views on the ergodicity problem. Nat. Phys. 16, 1168 (2020). <https://doi.org/10.1038/s41567-020-01106-x>