# ALGUNOS RESULTADOS QUE PUEDEN PARECER CONTRAINTUITIVOS EN FINANZAS, ESTADÍSTICA Y TEORÍA DE DECISIONES

El análisis de inversiones es un trabajo desafiante, que requiere atención al detalle y rigor intelectual para tomar las decisiones correctas. No son siempre las más obvias.

Por Francisco Barañao, CFA.

Esta columna presenta algunos resultados que, aunque simples, pueden parecer contraintuitivos o poco obvios a primera vista.

**No todas las decisiones que suben la TIR de una inversión son beneficiosas**

Este ejemplo debiera ser trivial para cualquier CFO o analista de inversiones. Pero un descuido puede llevar a decisiones equivocadas.

Imaginemos la siguiente situación: un consorcio invierte en un proyecto complejo de infraestructura o energía, con una duración fija de 30 años y una TIR proyectada del 15%. Un alza inesperada en los precios del acero eleva el costo de la obra, con lo que al quinto año la TIR proyectada es del 3%. Ese mismo año surge la posibilidad de aumentar los ingresos del proyecto mediante una inversión adicional, lo que elevaría la TIR al 4%. ¿Es conveniente realizar esa inversión adicional?

A primera vista, parece razonable. Al fin y al cabo, la rentabilidad del capital después de ampliar el proyecto no es la mejor del mundo, pero al menos aumenta. ¿Qué puede tener eso de malo?

La respuesta exacta dependerá del detalle de los números, pero seguramente no es la decisión correcta. La decisión depende exclusivamente del valor presente neto incremental generado por la ampliación. La TIR consolidada del proyecto después de la inversión no es un criterio válido para decidir. Si esa rentabilidad de esa inversión está por debajo del costo de capital relevante, la decisión correcta es no ampliar el proyecto.

Las decisiones de inversión se calculan como el valor presente de la diferencia entre i) los flujos de caja entre el caso con la inversión, y ii) los flujos de caja del caso sin inversión. En este ejemplo, la decisión depende sólo del valor del flujo de caja generado por la inversión adicional. De hecho, precisamente por esta razón los flujos pasados, que ya no cambian, no afectan las decisiones de inversión. Los llamados “costos hundidos”.

Evidentemente, el mismo criterio aplica a fondos y portafolios de inversión.

**Mayor rentabilidad anual no implica más rentabilidad a largo plazo**

Por simplicidad, es habitual analizar las decisiones de inversión para solo un período. Pero las conclusiones son muy distintas cuando la inversión no se limita a un solo período, sino que se mantiene en el tiempo.

Un activo con una rentabilidad esperada más alta pero también una mayor volatilidad puede tener un rendimiento esperado en el largo plazo inferior a un activo más seguro con una media más baja.

Los rendimientos compuestos a lo largo del tiempo, o geométricos, dependen no sólo de la rentabilidad esperada cada año, sino también de la volatilidad.

Si $\mu$ es media aritmética del retorno logarítmico y $\sigma^2$ es la varianza anual, la tasa de crecimiento geométrico de largo plazo se puede aproximar como:

$$g \approx \mu - \frac{1}{2}\sigma^2$$

La explicación intuitiva es muy simple: un activo que sube un 10% en un año y el año siguiente baja un 10% termina con un precio inferior que al inicio del primer período:

$$1{,}1 \times 0{,}9 = 0{,}99$$

Así, cuando la varianza es muy alta, el retorno esperado en muchos períodos puede ser más bajo que un activo con una rentabilidad anual más baja, pero con menor varianza.

De hecho, en el extremo, si un activo tiene algún escenario futuro posible con rentabilidad de -100% en el que se pierde toda la inversión, el valor esperado a largo plazo es cero, independiente de las probabilidades y rentabilidades de todos los otros escenarios posibles.

**La diversificación puede aumentar el riesgo**

Otro concepto básico, pero no siempre evidente. En teoría de portafolios, parafraseando al gran Harry Markowitz, se suele decir que la diversificación es el único almuerzo gratis, en el sentido de que es la única forma de reducir el riesgo sin sacrificar la rentabilidad esperada. Pero eso no significa que cualquier estrategia de diversificación sea beneficiosa.

Incorporar un activo de bajo rendimiento y baja volatilidad a una cartera puede efectivamente aumentar su volatilidad, no disminuirla.

La varianza de un portafolio depende no sólo de la volatilidad de sus activos sino también de las correlaciones entre ellos:

$$\sigma_p^2 = \sum_i w_i^i \, \sigma_i^2 + \sum_i w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

Donde $w_i$ es el peso de cada activo, $\sigma_i$ es la volatilidad de cada activo y, esto es lo importante: $\rho_{ij}$ es la correlación entre los activos.

Por lo tanto, la diversificación funciona solo si las correlaciones son bajas o negativas, y diversificar entre activos con correlaciones positivas puede aumentar el riesgo del portafolio.

El resultado anterior no es irrelevante. Las correlaciones cambian en el tiempo, y en momentos de crisis la mayoría de las correlaciones tienden a 1. Esto se llama “correlación asimétrica”: baja en tiempos normales, alta en crisis.

**Una cartera de activos con retornos esperados iguales a cero puede tener una rentabilidad esperada positiva**[1]:

Intuitivamente, parece lógico suponer que el retorno de una cartera está limitado por el retorno de sus activos. Sin embargo, como veremos, una cartera de activos con retornos esperados iguales a cero puede tener una rentabilidad esperada positiva.

[1] Este ejemplo está sacado de Luenberger, David G. (1998). Investment Science. Oxford University Press. Oxford.

Imaginemos una cartera que invierte sólo en los siguientes dos activos:

- Un activo que puede tener un retorno del 100% o de -50%, con 50% de probabilidad en cada caso
- Efectivo, con rentabilidad cero.

Es evidente que la rentabilidad esperada de cada uno de los activos es cero.

Supongamos que la cartera se rebalancea al inicio de cada período, de manera que en cada período se invierte un 50% del capital en cada activo.

Si se da el caso positivo, el retorno en ese período es de:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2} + 1 = 1{,}5$$

Si se da el caso negativo, el retorno en ese período es de:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 0{,}75$$

En general, en procesos donde el capital en el período *k* viene dado por:

$$X_k = R_k X_{k-1}$$

Donde $R_k$ es el retorno bruto[2] esperado en un período, si las variables aleatorias $R_k$ son independientes e idénticamente distribuidas, se tiene que, cuando $n \to \infty$ (es decir, en períodos de inversión largos):

$$\ln\left(\frac{X_n}{X_0}\right)^{\frac{1}{n}} \to E(\ln R)$$

Es decir, **en el largo plazo, el logaritmo del crecimiento geométrico (que es el que importa en estrategias de inversión multiperíodos) coincide con el valor esperado del logaritmo del retorno bruto por período**. Puede sonar complejo, pero el resultado es conceptualmente sencillo. Y es una conclusión muy importante.

En este caso:

$$E(\ln R) = 0{,}5 \times \ln(1{,}5) + 0{,}5 \times \ln(0{,}75) \approx 0{,}059$$

Y por lo tanto:

[2] El retorno bruto es igual a 1+ retorno.

$$e^m = 1{,}061$$

Es decir, la rentabilidad del portafolio es aproximadamente un 6% al año. Nada mal cuando los dos activos del portafolio tienen rentabilidades esperadas iguales a cero.

Esta estrategia de inversión se conoce como "*volatility pumping*", y se aprovecha del hecho matemático de que el promedio aritmético siempre es superior al promedio geométrico. Al rebalancear la cartera todos los años, el promedio geométrico se acerca al aritmético.

**La combinación de estrategias perdedoras puede dar lugar a estrategias ganadoras**

En teoría de juegos, la llamada "Paradoja de Parrondo" dice que: "Existen pares de juegos, cada uno con mayor probabilidad de perder que de ganar, para los cuales es posible construir una estrategia ganadora jugando los juegos alternativamente".

A continuación se presenta un ejemplo muy simple de la paradoja. Supongamos que existen dos juegos:

- En el Juego A se pierde $1 cada vez que se juega.
- En el Juego B, se contabiliza cuánto dinero queda. Si es un número par, se ganan $3. De lo contrario, se pierden $5.

Si se comienza con $100 y se juega sólo uno cualquiera de los dos juegos, se perderá todo el dinero en 100 rondas.

Sin embargo, si se juegan los dos juegos alternativamente, comenzando con el Juego B, seguido por A, luego por B, y así sucesivamente (BABABA ...), se ganará constantemente un total de $2 por cada dos juegos. Es decir, un rendimiento esperado positivo a pesar de que ambos juegos por separado son perdedores.

Si bien esta paradoja surge en el mundo de la física, es interesante como Michael Stutzer[3] concluye de forma similar a lo indicado en el apartado anterior, que la inversión en un portafolio diversificado entre caja y un activo con riesgo con mediana negativa, rebalanceado anualmente, tiene una rentabilidad esperada superior a la mediana del mercado.

**Paradoja de Simpson**

La intuición humana es sorprendentemente débil para enfrentar problemas relacionados con probabilid,ades y resultados aleatorios. En estadística hay varios resultados que en una primera mirada pueden parecer paradójicos.

La paradoja de Simpson es un fenómeno en probabilidad y estadística en el que una tendencia aparece en varios grupos de datos, pero desaparece o se invierte al combinarlos[4].

Un ejemplo proviene del análisis de la efectividad de dos tratamientos para los cálculos renales, cuyos resultados se muestran en la siguiente tabla:

| Tamaño del cálculo | Tratamiento A | Tratamiento B |
|---|---|---|
| **Pequeño** | *Grupo 1* | *Grupo 2* |
| | **93% (81/87)** | 87% (234/270) |
| **Grande** | *Grupo 3* | *Grupo 4* |
| | **73% (192/263)** | 69% (55/80) |
| **Ambos** | 78% (273/350) | **83% (289/350)** |

Los porcentajes indican las tasas de éxito de cada tratamiento. En este caso el tratamiento A es superior al tratamiento B para todos ambos casos. Sin embargo, al agregar los datos como se muestra en la última fila, el tratamiento B parece superior.

En este ejemplo el efecto se explica porque:

i) el tratamiento B es preferido para los cálculos pequeños y el A para los más grandes, por lo que los grupos 2 y 3 son mucho más grandes que los otros dos, lo que sesga el promedio ponderado

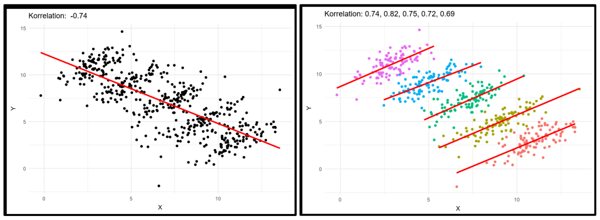
y porque:

ii) el efecto de la variable "tamaño del cálculo" es mayor al efecto del tamaño del tratamiento, por lo que la efectividad en el Grupo 2 es superior a la del Grupo 3, a pesar de que es inferior a la del Grupo 1.

En este otro ejemplo gráfico, ahora con regresiones lineales, el efecto se aprecia como una línea de tendencia descendente cuando los datos están agrupados, y una serie de líneas de tendencia ascendentes cuando los datos de desagrupan.

[3] https://leeds-faculty.colorado.edu/stutzer/Papers/ParadoxOfDiversification.PDF

[4] https://en.wikipedia.org/wiki/Simpson%27s_paradox




La conclusión práctica en este caso es tener cuidado al construir modelos de regresión lineal sobre datos que pertenecen a categorías distintas.

**El aumento en la eficiencia en el uso de un recurso puede hacer que aumente su consumo**

Ahora en economía, la llamada "paradoja de Jevons" ocurre cuando los avances tecnológicos hacen que un recurso sea más eficiente de usar y, sin embargo, se produce un aumento en su consumo.

Por ejemplo, se ha observado que los consumidores tienden a viajar más cuando sus automóviles son más eficientes en combustible, lo que a su vez provoca un aumento en la demanda de combustible. Este aumento en la demanda, llamado "efecto rebote", puede ser lo suficientemente grande como para compensar la caída original en el uso de combustible por el aumento de la eficiencia, superando las ganancias de eficiencia originales.

La magnitud del efecto rebote depende de la elasticidad precio de la demanda. En el ejemplo anterior, si el consumo de combustible es muy elástico frente a variaciones en el precio, es posible que el efecto rebote tenga una magnitud suficiente para que se observe la paradoja.

El mismo efecto se da en los electrodomésticos, donde el ahorro energético lleva a tener más artefactos eléctricos y mayor consumo de energía, o en la iluminación LED.

A primera vista, este resultado puede parecer contraintuitivo. Pero bastante lógico si se analiza con detenimiento y si se analizan las fórmulas matemáticas.